1 ANNEXE 5 : DOCUMENT RESSOURCE SUR LE CALCUL MENTAL

La différenciation entre les deux cycles C2 et C3 se fera par le choix des variables numériques (nombres entiers plus ou moins grands du CP au CM2, nombres décimaux à partir du CM1) et par le choix des opérations (essentiellement addition et soustraction au Cycle 2, les quatre opérations à partir du CM1).

Les phrases en italique non gras concernent plus particulièrement le CP.

1.1 Jeux pouvant être proposés à tous les niveaux

Jeux de mémoire visuelle ou auditive : Mémoriser des nombres seulement écrits ou énoncés ; les restituer tels quels ou avec un traitement numérique (ranger dans l'ordre croissant ou décroissant, ajouter ou enlever 1, 10, multiplier ou diviser par un nombre donné…)

Jeu du furet : compter, décompter de n en n (n entier à un, deux, ou trois chiffres) ; cas particulier des multiples de n (en particulier n = 10) ou de n décimal à partir du CM1.

L'activité est collective et orale. Le maître interroge les élèves à tour de rôle dans un ordre quelconque. Un certain rythme doit être maintenu pour amener les élèves à calculer rapidement.

Jeux de portrait : plusieurs modalités possibles **:**

- Le maître choisit un nombre. Les élèves posent des questions, auxquelles il n'est répondu que par oui ou par non, pour le trouver.

- Le maître fait le portrait d'un nombre. Les élèves doivent le trouver ; il peut y avoir plusieurs solutions possibles ; ex : « Je suis entre 600 et 700 ; mon chiffre des dizaines est 8 ; mon chiffre des unités est la moitié de mon chiffre des dizaines » ; ou bien : « Je suis entre 100 et 200 ; je ne suis pas plus grand que 150 ; j'ai 13 dizaines ; mon chiffre des unités est plus petit que celui des dizaines » ; ou bien : « Je contiens 14 unités et 2 dizaines ».

- A partir d'une liste de nombres écrite au tableau, le maître fait le portrait d'un des nombres. Les élèves doivent le trouver à partir des infirmations données. Ex : les nombres écrits au tableau sont : 27, 35, 55, 75, 54, 135, 202, 88. Le nombre cherché est tel que : « Il n'a pas trois chiffres, il se termine par 5, le chiffre des unités n'est pas le même que celui des dizaines, le chiffre des unités est plus grand que le chiffre des dizaines ».

Jeu du nombre caché : Le maître choisit un nombre. Les élèves doivent le trouver en proposant des nombres. Le maître répond « trop grand » ou « trop petit ». (le maître peut proposer au départ un intervalle dans lequel il choisit son nombre).

Jeu de l'autobus : (à partir du CE1) « Dans un autobus il y a n voyageurs ; à un arrêt, il en monte a et il en descend b ; combien y a-t-il de voyageurs dans l'autobus quand il repart ? ».

Le but de ce jeu est d'amener les élèves à composer les deux transformations successives, c'est-à-dire à calculer d'abord a - b puis n + (a – b). Pour cela, le maître peut jouer sur certaines variables : la taille des nombres, la présence ou non de questions intermédiaires. En particulier, des valeurs de a et b assez grandes, mais proches l'une de l'autre amènent à composer : ex : n = 15, a = 27, b = 29.

Jeu de la chaîne : à partir d'un nombre de départ, on applique des transformations successives (+, -, x), il faut trouver le résultat final.

Le nombre pensé : l'inconnue peut être le nombre de départ ou le nombre d'arrivée. ex : « Je pense à un nombre ; je lui enlève 76 et je trouve 47 ; à quel nombre ai-je pensé ? »

Si l'inconnue est la règle, le jeu devient celui de **la règle pensée** (appelé aussi « drôles de couples ») : on donne 2 ou plusieurs couples de nombres ; il faut trouver la règle sous-jacente. La règle peut être ajouter n, enlever n, multiplier ou diviser par n, ou une combinaison de deux de ces règles : ex : $x \rightarrow 3x + 5$ ou $x \rightarrow 2x - 1$.

Le compte est bon ; cas particulier : objectif zéro :

Il faut atteindre (ou se rapprocher le plus possible) d'un nombre cible à partir de quatre nombres donnés en les combinant avec les 4 opérations.

Le jeu de Syracuse : (seulement à partir du CM1) on part d'un nombre n ; s'il est pair, on le divise par 2 ; s'il est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1. On arrive toujours à 1.

Ex : 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

Vrai ou faux ? avec la moitié, le double, le tiers, le quart…ex : « la moitié de 700 est 350, vrai ou faux ?»

En plus des activités décrites ci-dessus, citons aussi les nombreuses situations de jeux stratégiques ou non, utilisant des supports classiques (dés, dominos, cartes…) mettant en jeu des décompositions numériques ou des calculs simples.

1.2 <u>Activités en liaison avec la numération</u>

Ecrire en chiffres les nombres : 5 dizaines, 8 dizaines et 3 unités, 32 dizaines et 5 unités, 80 centaines, 150 dizaines…

Nombre de dizaines, centaines, unités de mille : combien y a-t-il de dizaines dans 53, 546, de centaines dans 1758, d'unités de mille dans 145000…

Encadrement : encadre le nombre 46 par les deux multiples de 10 les plus proches, le nombre 981 par les deux multiples de 10 les plus proches, par les deux multiples de 100 les plus proches…

Cas des nombres décimaux : (à partir du CM1)

Passer d'une écriture à une autre (écriture à virgule, fractionnaire, sous la forme « 7 unités et 61 centièmes ») ; en particulier décomposer un nombre décimal en utilisant l'entier immédiatement inférieur : 36,07 = 36 + 0,07 ou 36,07 = 36 + 7/100

Compléments à l'unité supérieure de nombres ayant un chiffre après la virgule : de 7,2 à 8 ou de 9,5 à 10…

Encadrer un décimal entre deux entiers consécutifs

Encadrer un décimal entre deux décimaux : « encadrer le nombre 3,05 par deux nombres s'exprimant en dixièmes »

Intercaler un décimal entre deux décimaux.

1.3 Points d'appui pour la mémorisation

L'entraînement n'est pas le seul ressort de la mémorisation. Une bonne représentation mentale des nombres, la compréhension des opérations en jeu et une élaboration progressive des résultats constituent l'autre facette de l'aide à la mémorisation. Pour des élèves en phase d'apprentissage, les résultats additifs ou multiplicatifs simples sont d'abord reconstruits (avant d'être produits instantanément), en utilisant plusieurs points d'appui.

Les appuis pour l'addition :

Utilisation de la suite numérique, par surcomptage

Appui sur les doubles connus

Utilisation de la commutativité de l'addition : 2 + 9 c'est 9 + 2

Utilisation de décompositions par rapport à 5 :

8 + 7 = 5 + 3 + 5 + 2 = 10 + 3 + 2 = 10 + 5 = 15

Utilisation du passage à la dizaine, avec les compléments à 10 : 8 + 5 = (8 + 2) + 3

Pour la multiplication, on peut s'appuyer sur :

- les résultats rapidement connus des tables de 2 et de 5 (cycle 2)
- le comptage de n en n pour retrouver un résultat à partir d'un résultat mémorisé
- la connaissance des carrés
- la commutativité de la multiplication
- le fait que multiplier par 4, c'est doubler 2 fois…

Mémoriser les tables est le résultat d'un long processus. Plusieurs conditions doivent être réunies pour une bonne mémorisation.

La compréhension des opérations en jeu. Elles doivent avoir du sens pour l'élève (quel sens donner au calcul 6 x 8 ?)

Prise de conscience de l'intérêt qu'il peut y avoir à disposer d'un répertoire de résultats. Le répertoire est progressivement organisé, complété et structuré en tables.

Prise de conscience du fait que certains résultats sont mémorisés et qu'un répertoire mental est entrain de se constituer.

Capacité à utiliser ce qu'on sait pour obtenir d'autres résultats « six fois huit, c'est huit de plus que cinq fois huit ». La mise en place de points d'appui est donc une étape décisive de la mémorisation.

Entraînement des résultats mémorisés. Attention à ne pas procéder toujours par ordre croissant

Connaître ses tables, ce n'est pas seulement être capable de dire instantanément n'importe quel résultat. Connaître 7 x 6, c'est être capable de dire que ça fait 42, mais c'est aussi être capable de répondre à 7 x ? = 42 ; 6 x ? = 42 ; 42 : 7 = ? ; 42 : 6 = ? ; de produire 6 x 7 et 7 x 6 comme décompositions multiplicatives de 42.

1.4 <u>Activités en liaison avec les opérations</u>

Au cycle 2, ces activités feront intervenir essentiellement l'addition et la soustraction, très peu la multiplication. Au CE2, elles feront intervenir l'addition, la soustraction et un peu la multiplication. A partir du CM1, on centrera davantage sur la multiplication mais aussi sur la division.

Les nombres décimaux pourront intervenir au CM1 mais surtout au CM2.

La mention « calcul réfléchi » signale qu'une automatisation n'est pas exigée. Les procédures sont alors diverses et les élèves doivent pouvoir choisir celle qui, de leur point de vue, est la mieux adaptée. L'explicitation des procédures et le débat organisé autour de leur validité favorise les progrès des élèves.

Ne pas oublier qu'avant d'être automatisé, tout calcul a le plus souvent d'abord été obtenu au moyen d'un calcul réfléchi, pendant un temps plus ou moins long.

1.4.1 Activités additives et soustractives :

Ajouter ou retrancher 1, 2 et 5, en particulier pour les nombres inférieurs à 20 (assurer la synonymie des expressions « ajouter 1 et avancer de 1 », « soustraire 1 ou retrancher 1 et reculer de 1 » ; le comptage de 2 en 2 ou de 5 en 5 en avant ou en arrière constitue un point d'appui)

Décomposer un nombre inférieur à 10 à l'aide du nombre 5 ; décomposer un nombre compris entre 10 et 20 à l'aide du nombre 10

Additionner deux nombres dont la somme est inférieure à 10 et décomposer un nombre inférieur à 10 sous forme additive

Maîtrise du répertoire additif : tables d'addition, compléments, différences et décompositions associées : ex : 6 + 7 = ? ; 6 + ? = 13 ; 7 + ? = 13 ; 13 – 6 = ? ; 13 – 7 = ? ; Décompositions additives de 10.

Compléments à 10 ou à 20, 100, 1000…, aux dizaines ou centaines supérieures : compléments de 430 à 500 puis de 2430 à 2500

1.4.2 Additions et soustractions mentales :

Ajouter ou retrancher entre elles des dizaines, des centaines, des milliers (Ex :20 + 30, 50 - 20, 200 + 300, 8000 - 5000)

Calculer des sommes ou des différences du type : 20 + 7, 27 - 7, 200 pour aller à 237, 300 + 60, 360 - 60, 2000 + 42 en liaison avec la numération parlée.

Ajouter ou soustraire un nombre entier (inférieur à 10) d'unités, de dizaines, de centaines, de milliers…à un nombre quelconque : 76 + 3, 385 + 50, 525 - 30…(calcul réfléchi au Cycle 2)

Ajouter ou soustraire des nombres entiers ronds, des nombres quelconques : 31 - 18, 450 - 180, 2600 + 1400 (calcul réfléchi)

Calculer des sommes de plusieurs nombres entiers en regroupant des termes « qui vont ensemble » : 47 + 180 + 60 + 53 + 20 (calcul réfléchi)

Calculer des sommes ou des différences de nombres décimaux dans des cas simples : 5,6 + 2,4 ; 7,2 - 2,5… (Calcul réfléchi)

Complément d'un nombre décimal ayant 2 chiffres après la virgule au nombre entier immédiatement supérieur : complément à 1 de 0,45… (Calcul réfléchi)

Calculer des écarts ou des compléments sur des nombres de deux ou trois chiffres (calcul réfléchi au Cycle 2)

Garder la distance : écrire plusieurs différences égales : 958 - 792 = 968 – 802 =… (Calcul réfléchi)

Adapter des stratégies utilisables pour soustraire, selon qu’on a à soustraire un « petit nombre » ou un « grand nombre » (calcul réfléchi au Cycle 2)

Connaître les relations additives entre multiples de 25 inférieurs à 100 ou multiples de 250 inférieurs à 1000 : 75 = 50 + 25 ; 1000 – 750 = 250

Connaître quelques relations entre certains nombres entiers et décimaux : 2,5 + 2,5 = 5 ; 7,5 + 7,5 = 15

Encadrements par dizaines ou centaines consécutives

Différentes écritures d’un nombre (calcul réfléchi)

Calculer certaines sommes de deux nombres décimaux, en particulier ajouter un entier et un nombre décimal ayant un chiffre après la virgule : 15 + 2,6 ; 2,5 + 0,5 ; 4,8 + 0,6 …

1.4.3 Activités multiplicatives :

Connaître les doubles des nombres inférieurs à 10 et les moitiés correspondantes (point d’appui pour d’autres résultats)

Connaître les doubles et les moitiés correspondantes de nombres clés : 10, 20, 30, 40, 50, 100, 200, 300, 400, 15, 25 (cycle 2)

Tables de multiplication, d’abord par 2 et par 5. Recherche d’un facteur, quotients et décompositions associés : combien de fois 8 dans 48 ? Dans 50 ? Diviser 48 par 6 ou 50 par 8, décomposer 48 sous forme de produits de deux nombres inférieurs à 10.

Situer un nombre entre 2 résultats d’une table de multiplication : 37 est compris entre deux multiples de 7 : 5 x 7 et 6 x 7

En dehors de celles de 2 et de 5, la mémorisation des tables de multiplication relève du cycle3. Mais, dès la fin du cycle 2, tous les résultats peuvent être reconstruits par les élèves (calcul réfléchi)

Multiplication ou division par des puissances de dix : la règle des zéros : (multiplication par 10 ou par 100 à partir du CE1, par les puissances de 10 au CM1, multiplication et division au CM2 d’abord sur les entiers puis sur les décimaux en particulier au CM2).

Faire la relation avec la numération écrite : 13 x 10, c’est 13 dizaines

1.4.4 Multiplications mentales :

Calculs de produits ou de quotients sur des dizaines ou des centaines entières : 40 x 2, 30 x 4, 300 x 7, 30 x 50…

Calculer les doubles, moitiés, quadruples et quarts de nombres entiers, lorsque le calcul reste simple : double de 35, moitié de 42, 240, 360 ou de 700, quart de 120 ou de 600 puis moitié de nombres impairs (calcul réfléchi)

Produits d’un nombre à 2 chiffres par un nombre à 1 chiffre (calcul réfléchi)

Produits d’un nombre à 2 chiffres par un nombre à 2 chiffres particulier (Multiple de 10, 11, 15, 19, 22, 25, 33, 50…). Dans ce dernier cas, les élèves peuvent écrire des calculs intermédiaires (calcul réfléchi)

Produits simples d’un nombre décimal par un entier : 0,8 x 7 ; 0,6 x 5 ; 1,2 x 3 ; 1,2 x 6…

1.4.5 Divisions mentales :

158 : 2   305 : 5   549 : 9   568 : 8 … en décomposant : 305 = 300 + 5 ; 549 = 540 + 9 … (calcul réfléchi)

1.4.6 Produits égaux :

Déterminer différentes écritures d’un même nombre sous la forme d’un produit de 2 facteurs ; déterminer si plusieurs écritures multiplicatives sont égales sans les calculer explicitement (ex : 8 x 36 et 12 x 24), utiliser la décomposition d’un nombre en produits de facteurs pour calculer mentalement des produits (ex : 18 x 36 = 2 x 9 x 9 x 4 = 81 x 8 = 648) (calcul réfléchi)

Connaître et utiliser les relations entre des nombres « repères » entiers ou décimaux : 25 est le quart de 100, la moitié de 50, le tiers de 75, 15 est la moitié de 30,…relations entre 0,25 ; 0,5 ; 0,75 et 1…

1.4.7 Encadrements par des multiples successifs

(En liaison avec la Technique Opératoire de la division)

Pour chaque opération (somme, différence, produit), travailler sur l’ordre de grandeur du résultat (calcul approché)

Il s’agit souvent de repérer le nombre « rond »(dizaine ou centaine entière, millier entier) le plus proche d’un nombre donné.

Ex : - Donner un résultat approché du produit 12 x 38…

Le produit 12 x 81 est-il entre 900 et 1000 ou entre 1600 et 1800 ?

Parmi les nombres suivants, quel est le plus proche de 725 x 37 ? 2680, 27000, 16000, 200000.

Parmi les nombres suivants, quel est le plus proche du quotient entier de 6052 divisé par 17 ? : 36, 98, 356.

1.5 <u>Résolution mentale de problèmes</u>

Il s’agit de problèmes classiques plus ou moins complexes faisant intervenir une opération (addition, soustraction, multiplication ou division) et des nombres assez « simples » pour ne pas compliquer les calculs. L’élève doit reconnaître rapidement l’opération sous-jacente et calculer mentalement la solution.

Le maître lit le problème deux fois. On peut autoriser l’élève à prendre en note les données qui lui semblent utiles, mais la résolution doit être mentale ; on ne doit pas « poser l’opération ».

1.6 Modalités de mise en oeuvre

Les activités proposées sont essentiellement orales sauf dans le cas d'un calcul réfléchi où l'élève peut être autorisé à noter par écrit des calculs intermédiaires (risque de saturation de la mémoire de travail). La nécessité de calculer mentalement amène les élèves à abandonner les algorithmes écrits (nécessitant de nombreuses mises en mémoire, ils sont souvent coûteux à l'oral) et à mettre en œuvre des procédures révélatrices des conceptions qu'ils se font des nombres. Ces nouvelles procédures font intervenir des décompositions additives ou multiplicatives liées à la numération décimale et aux propriétés des opérations. L'élève choisit une procédure d'après un souci d'économie pouvant porter sur la mémoire, la disponibilité des décompositions des nombres, la difficulté des calculs intermédiaires…

Les séances de calcul mental sont quotidiennes et peuvent être de deux types :

1. Des séances courtes de 5 à 10 minutes maximum où le travail est collectif oral (on pourra par exemple utiliser l'ardoise). Les élèves doivent répondre assez rapidement, le rythme doit être soutenu, de manière à favoriser la concentration des élèves. Lors de ces séances, quelques procédures peuvent être explicitées mais on vise plutôt une certaine automatisation et de la rapidité (par ex, connaissance des tables, des compléments à 10 ou à la dizaine supérieure, règle des zéros…).

2. Des séances plus longues (pouvant durer jusqu'à 20 minutes) où le maître aura le souci de faire expliciter et confronter les procédures. En effet, ce sont en général les élèves les moins performants qui comptent « un à un » ou qui « posent l'opération dans la tête ». Par contre, ce sont souvent les élèves les plus habiles qui proposent des techniques plus économiques, s'appuyant sur des décompositions de nombres. Le rôle du maître est de favoriser la diffusion de ces nouvelles procédures à toute la classe. Cela devrait amener les élèves en difficulté à abandonner leurs anciennes procédures pour en adopter de nouvelles, plus performantes. La confrontation des procédures permet un enrichissement individuel et/ou collectif. Certaines procédures peuvent être pointées comme souvent efficaces, mais liberté doit être laissée à l'élève de choisir la procédure qu'il est le mieux à même de porter à son terme.

Les séances de calcul mental sont des temps de travail intensif pour les élèves. D'un point de vue individuel, les élèves doivent travailler vite (bien que la rapidité ne soit pas un objectif en soi), changer plus ou moins rapidement de techniques, explorer de nouvelles procédures… D'un point de vue collectif, l'explicitation des procédures utilisées permet aux élèves de les comparer, d'effectuer un choix et donc d'enrichir leurs capacités opératoires. Cela amène souvent une réelle émulation dans la classe.