1. Composition du dossier

Doc 1 - outils pour l'enseignant : principes généraux, mise en œuvre, typologie des problèmes, procédures possibles, schématisations possibles, des grilles d'évaluation.
Doc 2 - outils pour la classe et problèmes à photocopier.

Merci de lire le doc 1 en entier avant de se lancer dans la mise en œuvre.

2. Principes généraux

Cette année, la mission mathématique du Haut Rhin a proposé différentes catégories de problèmes. Nous nous sommes appuyés sur des outils théoriques, ceux de Vergnaud. Pour les problèmes additifs et soustractifs, nous vous invitons à relire les explications données dans le document « Le nombre au cycle II » page 57. Vous pourrez également consulter l'ouvrage ERMEL CM1éditions Hatier. La manche 1 proposait des problèmes de recherche d'un état connaissant le second et la composée de deux états. Ces problèmes font partie de la catégorie 8 du document « Le nombre au cycle 2 » page 59 : Exemple : « Léo et Juliette ont 17 billes ensemble. Juliette a 8 billes. Combien Léo a- t- il de billes ? ». ***La manche 2*** *proposait des problèmes de recherche où* ***un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final avec des transformations positives ou négatives.*** *Ces problèmes font partie des catégories 1, 2, 3, 4, 5, 6 du document d'accompagnement « Le nombre au cycle 2 » page 57 et 58.* ***Attention, pour cette seconde manche****, chaque niveau proposé correspondait à un type de problème particulier.* ***La manche 3*** *proposait des* ***problèmes de comparaison d'états.*** *Ces problèmes font partie des catégories 9, 10, 11, 12, 13, 14 du document d'accompagnement « Le nombre au cycle 2 » page 59.* ***Pour cette troisième manche, chaque niveau proposé correspondait à un type de problème particulier.***

La manche 4 propose les 3 types de problèmes abordés lors des manches précédentes. Cette manche peut être considérée comme une manche d'évaluation sommative.

Tous les problèmes proposés lors de cette manche 4 sont regroupés **dans le paragraphe 5 intitulé** : «Présentation des problèmes de la manche 4». Cela vous permet d'avoir un aperçu global de tous les problèmes et de choisir le niveau correspondant à celui qui vous semble le plus adapté au niveau de vos élèves.
L'enseignant peut jouer sur les variables : taille du nombre, nature des nombres, unités de mesure, écriture des nombres, vocabulaire, nombre d'étapes, etc., les documents étant fournis en format Word.
Le corpus fourni peut également être utilisé pour la différenciation au sein d'une même classe et peut alimenter un espace chercheur où les élèves devront les catégoriser puis les résoudre. *A titre indicatif, le niveau 1 pourrait être proposé aux élèves de CP, le niveau 2 aux élèves de CE1 et CE2, le niveau 3 aux élèves de CM1 et le niveau 4 aux élèves de CM2.*

Nous vous rappelons que les élèves peuvent utiliser tous les outils de la classe (y compris la calculatrice ou autre matériel disponible) **et peuvent se référer aux traces (structurées) de résolutions précédentes (cahier des savoirs et de recherche)**.

Nous vous fournissons les solutions des problèmes. **Cependant il est indispensable de résoudre en amont afin de prendre conscience des différentes procédures possibles et des obstacles à surmonter et anticiper la mise en œuvre et les outils.**

3. MISE EN ŒUVRE :

Phase de présentation des problèmes : la compréhension de l'énoncé ne doit pas constituer un obstacle à la résolution du problème. L'énoncé doit être explicité avant de lancer les élèves dans la recherche. Il convient, comme pour les séances « enseigner la compréhension », de demander aux élèves ce qu'ils ont compris afin de faire apparaître d'éventuelles incompréhensions.

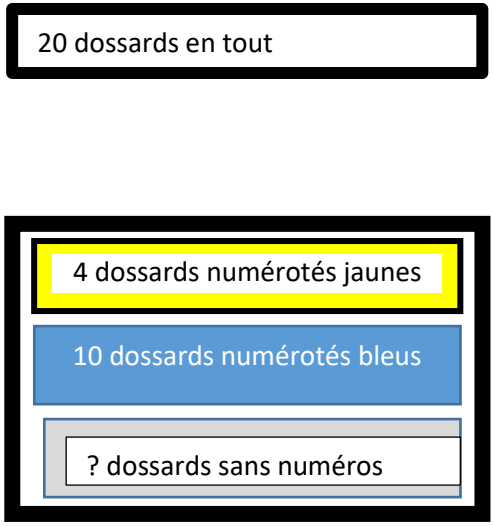
Chaque élève sera amené à résoudre les 3 problèmes d'un même niveau.

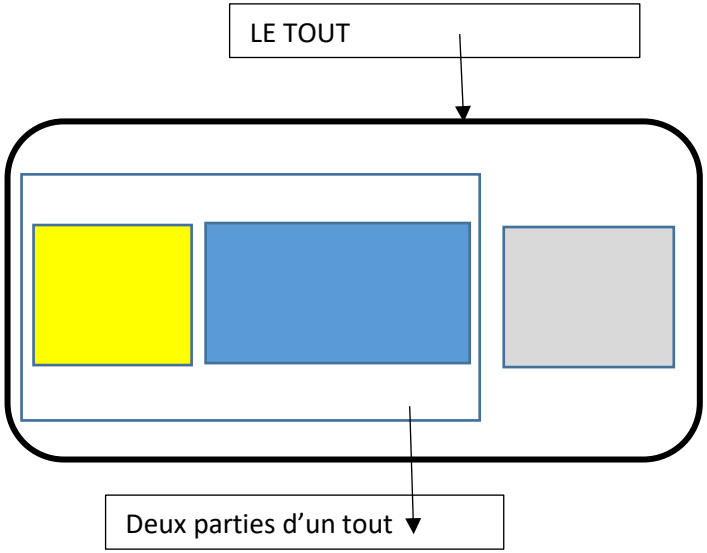
L'enseignant évalue, pour chaque élève, le degré de maîtrise des procédures utilisées, le degré d'autonomie, d'investissement. A titre d'exemple, des grilles d'évaluation sont fournies au point 8.

4. POINTS DE VIGILANCE

4.1. Permettre aux élèves de recourir aux traces écrites produites lors des précédentes manches.

Par exemple :





Exemples de calculs possibles : 4+10+… =20 ou 20-10-4=….. ou 10+4=14 Il y a 14 dossards numérotés. On peut alors calculer : 14+….=20 ou 20-14=….

4.2. Inciter les élèves, chaque fois que c'est possible, à effectuer les calculs (calcul mental ou calcul en ligne).

5. PRESENTATION DES PROBLEMES POUR LA MANCHE 4

Niveau 1

Problème 1 : Les pages d'un cahier	Problème 2 : A la boulangerie	Problème 3 : La rencontre d'athlétisme
Dans un cahier de poésies de 48 pages, 32 pages ont été utilisées. Combien reste-t-il de pages vides dans ce cahier ? *Recherche d'une partie 2.2* 32 + … = 48 ou 48 – 32 = … réponse : Il reste 16 pages vides.	Le boulanger a préparé 58 petits pains pour les vendre. A la fermeture, il lui en reste 16. Combien a-t-il vendu de petits pains ? *Transformation d'un état 1.6* 58 - … = 16 ou 58 – 16 = … réponse : Il a vendu 42 petits pains.	Lors de l'épreuve de lancer, Sarah a réussi un lancer à 24 m. Sa performance dépasse de 6 m celle de Mathis. Quelle est la performance réalisée par Mathis ? *Comparaison d'état 3.3* 24 = … + 6 ou 24 – 6 = …. réponse : La performance réalisée par Mathis est de 18 m.

Aufgabe 2: Beim Bäcker
Der Bäcker hat 58 Brötchen gebacken. Am Ende des Tages bleiben ihm davon 16 Brötchen übrig. Wie viele Brötchen hat er verkauft?

Niveau 2

Problème 1 : La sortie à vélo	Problème 2 : La rencontre d'athlétisme	Problème 3 : Dans ma ville
Un cycliste fait une sortie à vélo. Au départ, son compteur indique 172 km. A l'arrivée, il affiche 251 km. Combien a-t-il parcouru de kilomètres ? *Transformation d'état 1.5* 172 + … = 251 ou 251 – 172 = … réponse : Il a parcouru 79 km.	Lors d'une épreuve de la rencontre d'athlétisme, Noémie a parcouru 650 m. Imène a parcouru 90 m de moins que Noémie. Quelle est la distance parcourue par Imène ? *Comparaison d'état 3.2* 650 – 90 = … réponse : La distance parcourue par Imène est de 560 m.	Dans ma ville, il y a 345 écoliers. Deux-cent-quatorze vont à l'école élémentaire. Combien d'écoliers sont en maternelle ? *Réunion d'états 2.2* 345 – 214 = … ou 214 + … = 345 réponse : 131 écoliers sont en maternelle.

Aufgabe 2: Der Leichtathletikwettkampf
Bei einem Wettkampf ist Noémie 650 m gelaufen. Imène hat 90 m weniger als Noémie zurückgelegt. Welche Strecke hat Imène zurückgelegt?

Niveau 3

Problème 1 : Coupe du monde

Julie collectionne les cartes des joueurs de football.
Aujourd'hui, à la récréation, elle a reçu 28 cartes de Mickaël.
De retour à la maison, elle compte 217 cartes.
Combien en avait-elle ce matin ?
Transformation d'état 1.3
… + 28 = 217 ou 217 – 28 = …
réponse : Ce matin Julie avait 189 cartes.

Problème 2 : Sortie roller

Pour participer à une sortie organisée par le club sportif, Mathéo doit s'équiper en achetant un casque et des rollers. Les rollers coûtent 37,80 euros. Sa maman a dépensé 53,40 euros pour acheter l'équipement complet.
Combien a coûté le casque ?
Réunion d'états 2.2
37,80 + … = 53,40 ou 53,40 – 37,80 = …
réponse : Le casque coûte 15,60 euros.

Aufgabe 1: Die Fußballweltmeisterschaft

Julie ist Fußballfan: Sie sammelt Fußballkarten.
Im Schulhof hat sie heute 28 Karten von Mickaël bekommen.
Als sie am Abend ihre Karten zählt, sind es insgesamt 217.
Wie viele Karten hatte sie am Morgen?

Problème 3 : Cross du collège

Pour préparer le cross du collège, un groupe d'élèves s'entraine.
Lors du premier entrainement, il réalise un temps de 25 minutes et 21 secondes.
Lors du dernier entrainement, il a mis 1 minute et 47 secondes de moins.
Lors du cross, il a mis 22 minutes 55 secondes.
Quels sont les progrès réalisés entre le premier entrainement et le cross ?

Procédure 1 : (constat d'une donnée inutile : dernier entrainement)
Comparaison d'états 3.6
25 min 21 s – 22 min 55 s = … réponse : 2 minutes 26 secondes
réponse : Ils ont amélioré leur performance de 2 minutes 26 secondes.

Procédure 2 : (prise en compte de toutes les données)
3 étapes :
1/ Comparaison d'états 3.2
25 min 21 s – 1 min 47 s = … réponse : 23 min 34 s
2/ Comparaison d'états 3.6
23 min 34 s – 22 min 55 s = … réponse : 39 s
3/ Utilisation des deux comparaisons
1 min 47 s + 39 s = … réponse : 2 min 26 s
réponse : Ils ont amélioré leur performance de 2 minutes 26 secondes.

Niveau 4

Problème 1 : Sortie roller

Pour participer à une sortie organisée par le périscolaire, Annaël doit s'équiper avec le matériel adapté.
Sa maman a dépensé 40,05 euros pour acheter l'équipement complet.
Le casque coûte 19,90 euros.
Les protections pour les genoux et les coudes coûtent 6 euros de moins.
Combien ont coûté les gants ?

3 étapes :
1/ Comparaison d'états 3.2
19,90 – 6 = … réponse : 13,90 €
2/ Réunion d'états 2.1
13,90 + 19,90 = … réponse : 33,80 €
3/ Réunion d'états 2.2
33,80 + … = 40,05

réponse : Les gants coûtent 6,25 €.

Problème 2 : Coupe du monde

Antoine collectionne les cartes des joueurs de football.
Aujourd'hui à l'école, il a reçu 35 cartes de Noémie à la récréation du matin et a donné 19 cartes à Billal à la récréation de l'après-midi.
De retour à la maison, il compte 265 cartes.
Combien en avait-il ce matin ?

Procédure 1 :
2 étapes :
1/ Transformation d'état 1.4
… - 19 = 265 réponse : 284 cartes au début de la récréation de l'après-midi
2/ Transformation d'état 1.3
… + 35 = 284
réponse : Le matin, il avait 249 cartes.

Procédure 2 : utilisation de la ***composition de deux transformations 4.1*** *(non abordée dans les manches précédentes)*
2 étapes :
1/ ***4.1***
35 - 19 = … réponse : 16 cartes gagnées dans la journée
2/ Transformation d'état 1.3
… + 16 = 265
réponse : Le matin, il avait 249 cartes.

Problème 3 : Cross du collège

Trois groupes d'élèves participent au cross du collège.
Le groupe jaune réalise un temps de 30 minutes et 3 secondes.
Le groupe bleu a mis 2 minutes et 21 secondes de plus que le groupe jaune.
Le groupe jaune a mis 3 minutes 45 secondes de plus que le groupe vert.

1. Donne le classement et le temps de chaque groupe.
2. Combien de temps sépare les groupes bleu et vert ?

Question 1 :
Etape 1 :
Comparaison d'états 3.1
30 min 3 s + 2 min 21 s = … réponse : 32 min 24 s pour le groupe bleu
Etape 2 :
Comparaison d'états 3.3
… + 3 min 45 s = 30 min 3 s réponse : 26 min 18 s pour le groupe vert
réponse : Le classement est : 1er vert (26 min 18 s), 2ème jaune, 3ème bleu (32 min 24 s).

Question 2 :
Procédure 1 :
Comparaison d'états 3.6
32 min 24 s – 26 min 18 s = … réponse : 6 min 6 s
Procédure 2 :
Utilisation des deux comparaisons
2 min 21 s + 3 min 45 s = … réponse : 6 min 6 s
réponse : 6 min 6 s séparent les deux groupes.

Aufgabe 3: Der Crosslauf

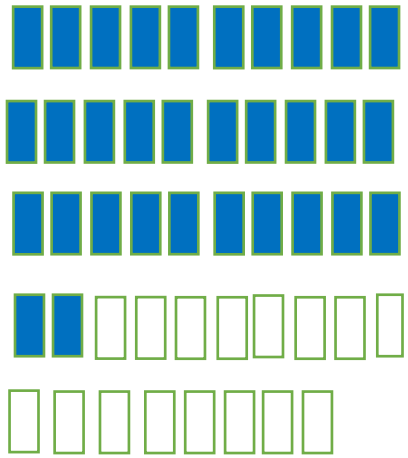
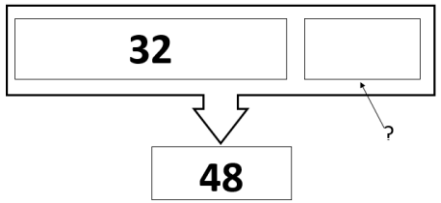
Drei Mannschaften nehmen am Crosslauf des Collège teil.
- Die Gelben hinterlegen die Strecke in 30 Minuten und 3 Sekunden.
- Die Blauen brauchen 2 Minuten und 21 Sekunden mehr als die Gelben.
- Die Gelben brauchen 3 Minuten und 45 Sekunden mehr als die Grünen.

1. Schreibe die Rangliste und gib die benötigte Zeit jeder Mannschaft an.
2. Errechne den Zeitabstand zwischen den Blauen und den Grünen.

6. PROCÉDURES POSSIBLES

Nous vous présentons quatre procédures d'élèves, qu'il est possible de rencontrer en classe et de relever. L'objectif pour l'enseignant est d'amener l'élève vers le registre calcul, tout en sachant expliciter sa procédure (à l'oral, par écrit ou par un schéma). Pour l'élève qui serait au stade du dessin, il est important de l'amener vers la schématisation puis le calcul. **En aucun cas, ce document est destiné aux élèves.**

Niveau 1 : *Dans un cahier de poésies de 48 pages, 32 pages ont été utilisées. Combien reste-t-il de pages vides dans ce cahier ?*

Registre du dessin	Registre de la schématisation	Registre du calcul	Registre de l'explication (orale, écrite)
		32 + ? = 48 ou 48 – 32 = ?	Par exemple : « Pour aller de 32 à 40, j'ajoute **8** ; pour aller de 40 à 48, j'ajoute **8**. 8+8=16 Il reste 16 pages vides.» ou « Pour savoir combien il reste de pages vides, j'enlève les 32 pages utilisées des 48 pages du cahier. »

7. UNE TYPOLOGIE POSSIBLE DES PROBLEMES VERSION 2

A. Présentation du problème		
Organisation lexicale		
Organisation rhétorique		
Organisation syntaxique		
Organisation énonciative		
Informations apparaissant ou non dans l'ordre du traitement nécessaire à la résolution		
Traitement sémantique des données (présence ou non d'images)		
B. Champ conceptuel : les problèmes additifs (addition & soustraction)		
1. Problèmes de transformation d'état		
1.1 Recherche de l'état final connaissant la transformation positive et l'état initial	*Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant Léo ?*	
1.2. Recherche de l'état final connaissant la transformation négative et l'état initial	*Léo avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Juliette. Combien de billes a maintenant Léo ?*	
1.3. Recherche de l'état initial connaissant la transformation positive et l'état final	*Léo avait des billes. Puis Juliette lui a donné 5 billes. Maintenant Léo a 9 billes. Combien de billes avait Léo ?*	
1.4. Recherche de l'état initial connaissant la transformation négative et l'état final	*Léo avait des billes. Puis il en a donné 5 à Juliette. Maintenant Léo a 3 billes. Combien avait–il de billes ?*	
1.5. Recherche de la transformation positive connaissant l'état initial et l'état final	*Léo avait 3 billes. Puis Juliette lui a donné des billes. Léo a maintenant 9 billes. Combien de billes Juliette a–t–elle données à Léo ?*	
1.6. Recherche de la transformation négative connaissant l'état initial et l'état final	*Léo avait 9 billes. Puis il a donné des billes à Juliette. Maintenant Léo a 4 billes. Combien de billes Léo a–t–il données à Juliette ?*	

2. Problèmes de réunion d'états		
2.1. Recherche de la réunion de deux états	*Léo a 3 billes. Juliette a 7 billes. Combien de billes ont Léo et Juliette ensemble ?*	
2.2. Recherche d'un état connaissant un second état et la réunion de deux états	*Léo et Juliette ont 17 billes ensemble. Juliette a 8 billes. Combien Léo a–t–il de billes ?*	
3. Problèmes de comparaison d'états		
3.1. Recherche de l'état à comparer connaissant l'état comparé et la comparaison positive	*Léo a 3 billes. Juliette a 5 billes de plus que lui. Combien de billes Juliette a–t–elle ?*	
3.2. Recherche de l'état à comparer connaissant l'état comparé et la comparaison négative	*Léo a 9 billes. Juliette a 5 billes de moins que lui. Combien de billes Juliette a–t–elle ?*	
3.3. Recherche de l'état comparé connaissant l'état à comparer et la comparaison positive	*Léo a 9 billes. Il en a 7 de plus que Juliette. Combien de billes Juliette a–t–elle ?*	
3.4. Recherche de l'état comparé connaissant l'état à comparer et la comparaison négative	*Léo a 9 billes. Il en a 5 de moins que Juliette. Combien de billes Juliette a–t–elle ?*	
3.5. Recherche de la comparaison positive connaissant les deux états	*Léo a 3 billes. Juliette en a 9. Combien de billes Juliette a–t–elle de plus que Léo ?*	
3.6. Recherche de la comparaison négative connaissant les deux états	*Léo a 8 billes. Juliette en a 6. Combien de billes Juliette a–t–elle de moins que Léo ?*	
4. Problèmes de composition de deux transformations		
4.1 Recherche de la composée de deux transformations	*Ce matin, j'ai perdu 9 billes et cet après-midi j'en ai gagné 15. Quel est le bilan pour toute la journée ?* *	
4.2 Recherche d'une des composantes	*Ce matin, j'ai perdu 9 billes. Cet après-midi, j'ai rejoué. Au total, sur toute la journée, j ai gagné 6 billes.* *Que s'est-il passé cet après-midi ?* *	

C. Champ conceptuel : problèmes multiplicatifs (multiplication et division)		
Problèmes du type "n fois plus" ou "n fois moins	*Paul a 17 ans, son Papa est 3 fois plus âgé. Quel est l'âge du Papa ?*	
Produit cartésien AxB	*Marie a 3 robes et 4 blouses. De combien de manières peut-elle s'habiller ?*	
Configuration rectangulaire	*Combien y-a-t-il de salades, sachant qu'il y a 4 rangées de 12 salades ?*	
Multiplication "1 pour p, combien pour n ?"	*Un paquet de bonbons coûte 4 €. Quel est le prix de 7 paquets de bonbons ?*	
Division-Quotition (Recherche du nombre de parts)	*Combien peut-on faire de tas de 4 cartes avec un jeu de 32 cartes ?*	
Division-Partition (Recherche de la valeur d'une part)	*Combien de cartes aura chacune des 4 personnes si l'on veut distribuer entièrement et équitablement un jeu de 52 cartes ?*	
Recherche d'une 4e proportionnelle (sans donner l'unité)	*Quatre cahiers coûtent 12 €.* *Combien coûtent 6 cahiers ?*	

*Ces problèmes sont extraits de « Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CM1 » de ERMEL.

Les questions ouvertes favorisent la prise d'initiative, conduisent à la mise en place de véritables démarches expérimentales (conjecture, essai-validation) qui seront, par la suite de la scolarité, précieuses. Il va de soi que l'enseignant, si l'élève venait à répondre :
soit en dehors du contexte mathématique (par exemple « je suis content » ou « cette après-midi il y a eu une bagarre »)
ou de manière trop vague, exemple « le bilan est positif »),
l'enseignant demanderait à l'élève, dans le premier cas, de revenir à la situation mathématiques, dans le second, de justifier.

8. GRILLES D'EVALUATION

Pour l'élève C3	**oui**	**non**	**enseignant**
Je m'engage dans la résolution d'un problème (organiser les informations, réaliser des essais, persévérer).			
Je m'appuie sur une stratégie déjà vue en classe pour résoudre un type de problème.			
Je mets en commun, je réfléchis avec mon groupe, je réadapte ma stratégie si nécessaire.			
Je vérifie le(s) résultat(s) trouvé(s).			
Je communique clairement les résultats obtenus au sein de mon groupe, dans la classe (s'exprimer de manière audible, s'appuyer sur un support lisible (affiche, vidéoprojecteur,…), expliciter ma démarche).			

Pour l'élève C2	oui	non	enseignant
Je m'engage dans la résolution d'un problème (représenter l'énoncé par un dessin, un schéma, etc., tester plusieurs pistes, persévérer).			
Je m'appuie sur une stratégie déjà vue en classe pour résoudre un type de problème.			
Je présente ma solution au groupe et je réfléchis avec lui.			
Je vérifie le résultat ou les résultats trouvés.			
Je communique clairement les résultats obtenus.			

Nombres d'élèves /total élèves de la classe et pourcentage d'élèves de la classe qui :	Manche 1		Manche 2		Manche 3		Manche 4	
		%		%		%		%
s'engagent dans la résolution d'un problème (organisent les informations, essayent et persévèrent).								
s'appuient sur une méthode ou une stratégie pour résoudre un problème.								