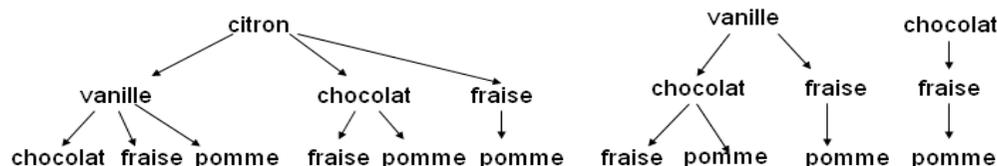


Challenge mathématique - manche 3

Pour cette troisième manche, nous vous proposons des problèmes nécessitant **une organisation rigoureuse des données et/ou des procédures** (exemple un arbre) pour trouver toutes les solutions (en prenant soin d'éliminer les doublons lorsque c'est nécessaire).

A titre d'exemple, voici un problème rentrant dans cette typologie : « *Trouve tous les mélanges possibles de glaces à trois boules différentes, avec cinq parfums : citron, vanille, chocolat, fraise, pomme.* » O.C.C.E. Aube, « *Les écoles qui mathent* », mai 1998 (fin de cycle 2 ou cycle 3).

Ce type de problème encourage l'organisation de solutions pour s'assurer de leur exhaustivité. Par exemple, fixer la première boule sur «citron», puis la deuxième sur «vanille» et explorer toutes les possibilités pour la troisième. Puis, en gardant la première sur «citron», fixer la deuxième sur «chocolat» et explorer à nouveau les possibilités pour la troisième (en évitant de répéter un assortiment déjà trouvé).



Mise en œuvre proposée :

Rappel : la compréhension de l'énoncé ne doit pas constituer un obstacle à la résolution du problème. L'énoncé doit être explicité avant de lancer les élèves dans la recherche.

1. **Les élèves se lancent individuellement, puis en groupe**, dans la résolution du problème P1.
2. Mise en commun en groupe classe : recensement des propositions, puis validation argumentée des réponses.
3. Synthèse et structuration : **l'objectif est de faire émerger la nécessité d'organiser les solutions** (cf. ci-dessus) pour vérifier qu'elles ont toutes été trouvées. Il convient de lister les différentes organisations utilisées et d'en garder trace (élaboration d'une fiche synthèse). L'enseignant peut également proposer à son tour une organisation. Il est possible que certains élèves n'aient pas besoin de passer par la représentation pour dénombrer toutes les possibilités.
4. Les élèves s'entraînent sur d'autres problèmes du même type (problèmes P2 et P3).
5. L'enseignant évalue, pour chaque élève, le degré de maîtrise des procédures utilisées, le degré d'autonomie, d'investissement, à partir d'un exercice similaire (problème P4) et à l'aide d'une grille d'évaluation (une grille vous est proposée, elle peut être adaptée).

Nous vous fournissons les solutions, cependant il est indispensable de résoudre les problèmes en amont afin de prendre conscience des différentes procédures possibles et des obstacles à surmonter.

PS1 : Les élèves peuvent utiliser tous les outils de la classe, y compris la calculatrice.

PS2 : L'utilisation de problèmes d'un niveau différent peut également être envisagée dans le cadre d'une différenciation ou pour alimenter un coin chercheur par exemple. D'autre part, les problèmes du challenge 2015/2016 de la manche 2 permettent également de disposer de problèmes supplémentaires : <http://www.circ-ien-wittelsheim.ac-strasbourg.fr/?p=2824>

Pour certains élèves, l'utilisation de matériel (par exemple les grilles à photocopier) peut lever un blocage. Le matériel n'est pas à distribuer de façon systématique.

Challenge mathématique - manche 3

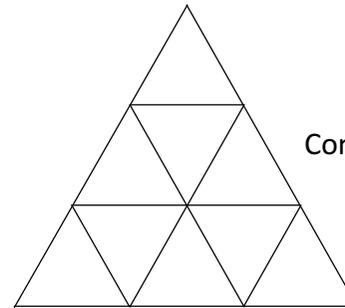
Problème 1 : Les nombres à deux chiffres

D. Pernoux <http://pernoux.perso.orange.fr>

Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.

Problème 2 : Les triangles cachés

D. Pernoux <http://pernoux.perso.orange.fr>



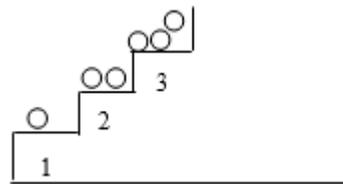
Combien y a-t-il de triangles dans ce dessin ?

Problème 3 : Le Petit Poucet

D. Pernoux <http://pernoux.perso.orange.fr>

En montant un escalier, le Petit Poucet pose 36 cailloux sur les marches. Il met 1 caillou sur la première marche, 2 cailloux sur la deuxième marche, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'ait plus de caillou.

Sur quel numéro de marche, le Petit Poucet va-t-il poser son dernier caillou ?



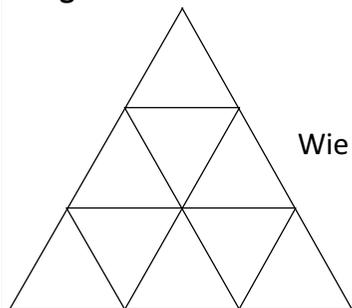
Problème 4 : Le clown

Pour se déguiser un clown dispose de :

- 3 chapeaux (un rouge, un jaune, un bleu)
- 2 vestes (une orange, une violette)
- 2 pantalons (un noir, un blanc)

Trouve le nombre de costumes différents pour ce clown.

Aufgabe 2 : So viele Dreiecke!



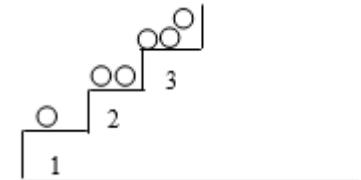
Wie viele Dreiecke sind es insgesamt?

Aufgabe 3 : Der kleine Däumling

Der kleine Däumling hat 36 Steine.

Er geht eine Treppe hoch: er legt einen Stein auf die erste Stufe, 2 Steine auf die zweite Stufe, 3 Steine auf die dritte Stufe, ... und so weiter bis er keinen Stein mehr hat.

Auf welche Stufe wird er den letzten Stein legen?



Challenge mathématique - manche 3

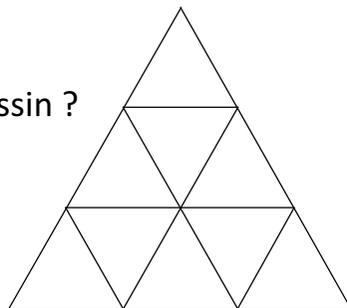
Problème 1

<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>	<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>
<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>	<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>
<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>	<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>
<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>	<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>
<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>	<p>Les nombres à deux chiffres</p> <p>Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1, 2 et 3.</p>

Problème 2

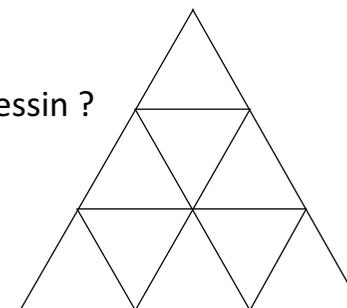
Les triangles cachés

Combien y a-t-il de triangles dans ce dessin ?



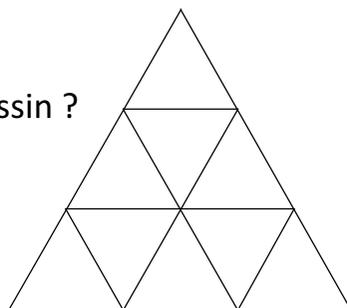
Les triangles cachés

Combien y a-t-il de triangles dans ce dessin ?



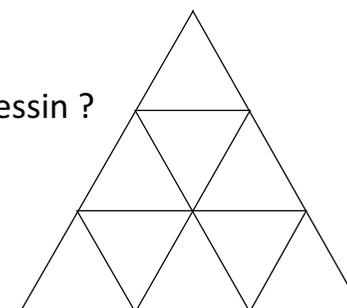
Les triangles cachés

Combien y a-t-il de triangles dans ce dessin ?



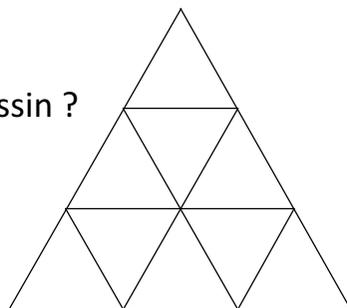
Les triangles cachés

Combien y a-t-il de triangles dans ce dessin ?



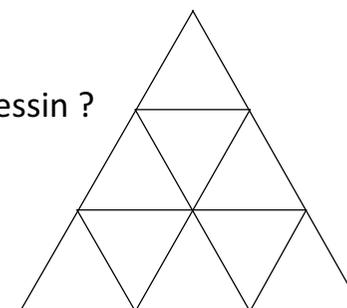
Les triangles cachés

Combien y a-t-il de triangles dans ce dessin ?



Les triangles cachés

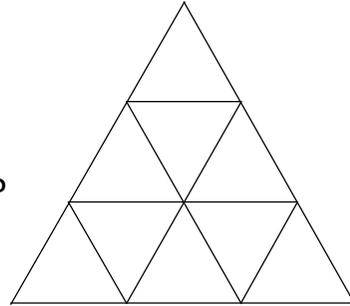
Combien y a-t-il de triangles dans ce dessin ?



Aufgabe 2

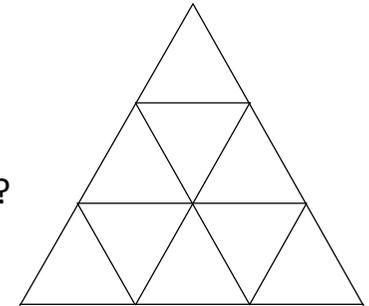
Aufgabe 2 : So viele Dreiecke!

Wie viele Dreiecke sind es insgesamt?



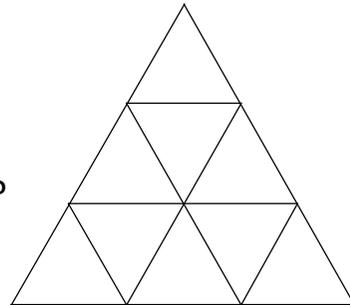
Aufgabe 2 : So viele Dreiecke!

Wie viele Dreiecke sind es insgesamt?



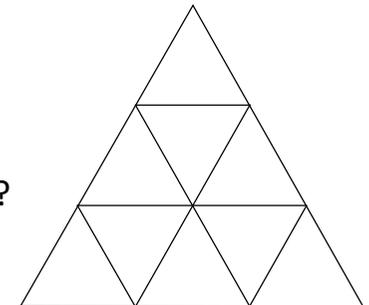
Aufgabe 2 : So viele Dreiecke!

Wie viele Dreiecke sind es insgesamt?



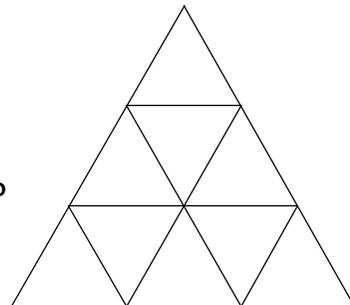
Aufgabe 2 : So viele Dreiecke!

Wie viele Dreiecke sind es insgesamt?



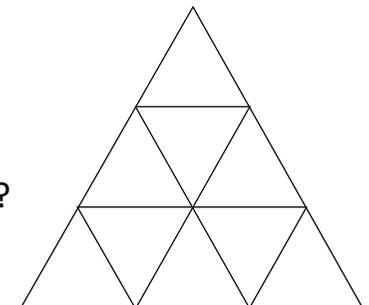
Aufgabe 2 : So viele Dreiecke!

Wie viele Dreiecke sind es insgesamt?



Aufgabe 2 : So viele Dreiecke!

Wie viele Dreiecke sind es insgesamt?

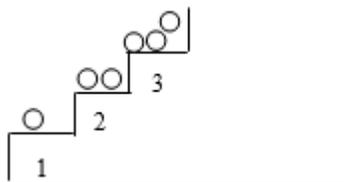


Problème 3

Le Petit Poucet

En montant un escalier, le Petit Poucet pose 36 cailloux sur les marches. Il met 1 caillou sur la première marche, 2 cailloux sur la deuxième marche, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'ait plus de caillou.

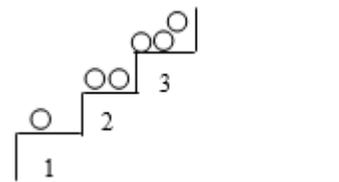
Sur quel numéro de marche, le Petit Poucet va-t-il poser son dernier caillou ?



Le Petit Poucet

En montant un escalier, le Petit Poucet pose 36 cailloux sur les marches. Il met 1 caillou sur la première marche, 2 cailloux sur la deuxième marche, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'ait plus de caillou.

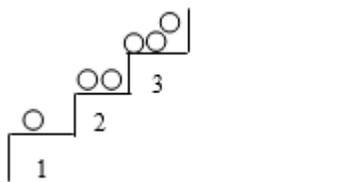
Sur quel numéro de marche, le Petit Poucet va-t-il poser son dernier caillou ?



Le Petit Poucet

En montant un escalier, le Petit Poucet pose 36 cailloux sur les marches. Il met 1 caillou sur la première marche, 2 cailloux sur la deuxième marche, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'ait plus de caillou.

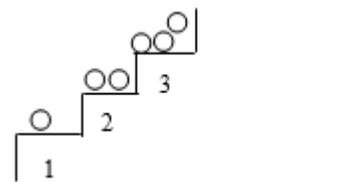
Sur quel numéro de marche, le Petit Poucet va-t-il poser son dernier caillou ?



Le Petit Poucet

En montant un escalier, le Petit Poucet pose 36 cailloux sur les marches. Il met 1 caillou sur la première marche, 2 cailloux sur la deuxième marche, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'ait plus de caillou.

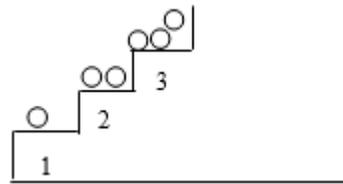
Sur quel numéro de marche, le Petit Poucet va-t-il poser son dernier caillou ?



Aufgabe 3

Aufgabe 3 : Der kleine Däumling

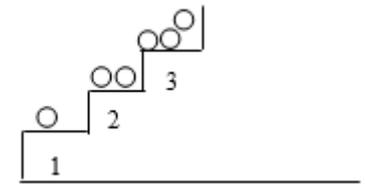
Der kleine Däumling hat 36 Steine.
 Er geht eine Treppe hoch: er legt
 einen Stein auf die erste Stufe, 2
 Steine auf die zweite Stufe, 3 Steine
 auf die dritte Stufe, ... und so weiter
 bis er keinen Stein mehr hat.



Auf welche Stufe wird er den letzten Stein legen?

Aufgabe 3 : Der kleine Däumling

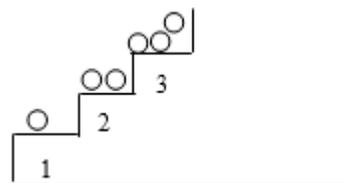
Der kleine Däumling hat 36 Steine.
 Er geht eine Treppe hoch: er legt
 einen Stein auf die erste Stufe, 2
 Steine auf die zweite Stufe, 3 Steine
 auf die dritte Stufe, ... und so weiter
 bis er keinen Stein mehr hat.



Auf welche Stufe wird er den letzten Stein legen?

Aufgabe 3 : Der kleine Däumling

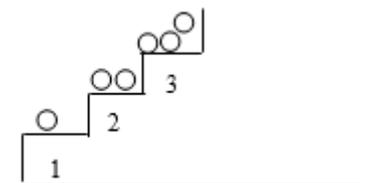
Der kleine Däumling hat 36 Steine.
 Er geht eine Treppe hoch: er legt
 einen Stein auf die erste Stufe, 2
 Steine auf die zweite Stufe, 3 Steine
 auf die dritte Stufe, ... und so weiter
 bis er keinen Stein mehr hat.



Auf welche Stufe wird er den letzten Stein legen?

Aufgabe 3 : Der kleine Däumling

Der kleine Däumling hat 36 Steine.
 Er geht eine Treppe hoch: er legt
 einen Stein auf die erste Stufe, 2
 Steine auf die zweite Stufe, 3 Steine
 auf die dritte Stufe, ... und so weiter
 bis er keinen Stein mehr hat.



Auf welche Stufe wird er den letzten Stein legen?

Problème 4

<p>Le clown</p> <p>Pour se déguiser un clown dispose de :</p> <ul style="list-style-type: none">- 3 chapeaux (un rouge, un jaune, un bleu)- 2 vestes (une orange, une violette)- 2 pantalons (un noir, un blanc) <p>Trouve le nombre de costumes différents pour ce clown.</p>	<p>Le clown</p> <p>Pour se déguiser un clown dispose de :</p> <ul style="list-style-type: none">- 3 chapeaux (un rouge, un jaune, un bleu)- 2 vestes (une orange, une violette)- 2 pantalons (un noir, un blanc) <p>Trouve le nombre de costumes différents pour ce clown.</p>
<p>Le clown</p> <p>Pour se déguiser un clown dispose de :</p> <ul style="list-style-type: none">- 3 chapeaux (un rouge, un jaune, un bleu)- 2 vestes (une orange, une violette)- 2 pantalons (un noir, un blanc) <p>Trouve le nombre de costumes différents pour ce clown.</p>	<p>Le clown</p> <p>Pour se déguiser un clown dispose de :</p> <ul style="list-style-type: none">- 3 chapeaux (un rouge, un jaune, un bleu)- 2 vestes (une orange, une violette)- 2 pantalons (un noir, un blanc) <p>Trouve le nombre de costumes différents pour ce clown.</p>
<p>Le clown</p> <p>Pour se déguiser un clown dispose de :</p> <ul style="list-style-type: none">- 3 chapeaux (un rouge, un jaune, un bleu)- 2 vestes (une orange, une violette)- 2 pantalons (un noir, un blanc) <p>Trouve le nombre de costumes différents pour ce clown.</p>	<p>Le clown</p> <p>Pour se déguiser un clown dispose de :</p> <ul style="list-style-type: none">- 3 chapeaux (un rouge, un jaune, un bleu)- 2 vestes (une orange, une violette)- 2 pantalons (un noir, un blanc) <p>Trouve le nombre de costumes différents pour ce clown.</p>

Challenge mathématique - manche 3

Problème 1 : Les nombres à deux chiffres

Cherche tous les nombres à 2 chiffres que tu peux écrire avec les chiffres : 1,2 et 3.

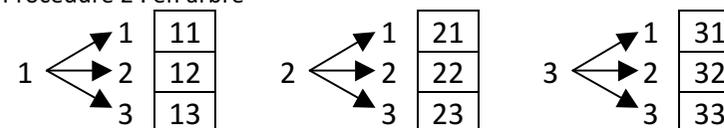
Solutions : 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33.

Procédures possibles lors de la mise en commun :

Procédure 1 :

11	12	13
21	22	23
31	32	33

Procédure 2 : en arbre



Procédure 3 : tableau

	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

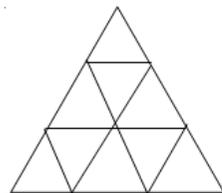
Pendant la phase d'institutionnalisation, il s'agit de dégager la nécessité de chercher tous les nombres comportant 1 au rang des dizaines, puis 2 au rang des dizaines, puis 3 au rang des dizaines.

N.B. : La même procédure est possible en raisonnant à partir du rang des unités.

Challenge mathématique - manche 3

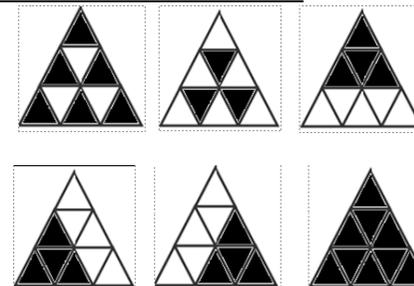
Problème 2 : Les triangles cachés

Combien y a-t-il de triangles dans ce dessin ?



Solution : Il y a 13 triangles.

Procédures possibles lors de la mise en commun :

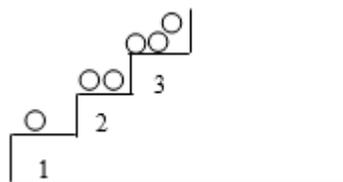


Pendant la phase d'institutionnalisation, il s'agit de dégager qu'on peut tout d'abord compter tous les triangles composés d'un seul petit triangle (9), puis de compter les triangles composés de 4 petits triangles (3), puis de rajouter le triangle composé des 9 petits triangles.

Problème 3 : Le Petit Poucet

En montant un escalier, le Petit Poucet pose 36 cailloux sur les marches. Il met 1 caillou sur la première marche, 2 cailloux sur la deuxième marche, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il n'ait plus de caillou.

Sur quel numéro de marche, le Petit Poucet va-t-il poser son dernier caillou ?

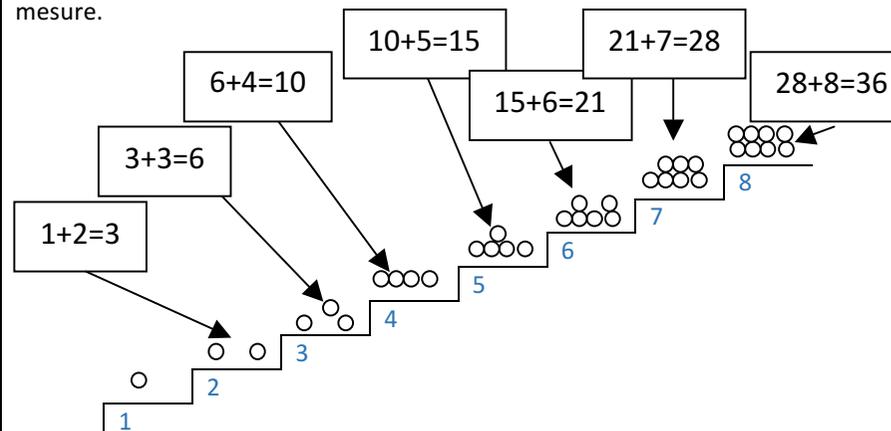


Solution : Il va déposer son dernier caillou sur la 8ème marche.

Procédures possibles lors de la mise en commun :

Procédure 1 :

On peut dessiner l'escalier, rajouter les cailloux et calculer la somme au fur et à mesure.



Challenge mathématique - manche 3

Procédure 2 :

On peut dessiner l'escalier et manipuler 36 « petits objets » (cubes, jetons) en les plaçant sur le dessin.

Procédure 3 :

On écrit un calcul en ligne et on additionne au fur et à mesure pour savoir où s'arrêter.

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & 5 & + & 6 & + & 7 & + & 8 & + \\ \hline & & 6 & & & & & & & & & & & & & \\ \hline & & & & 15 & & & & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & 28 & & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & 36 & & & & & & & \end{array}$$

En phase d'institutionnalisation, on cherchera à montrer qu'on peut transformer l'énoncé en schéma, en dessin ou en écriture mathématique et qu'il n'est pas nécessaire de recommencer le calcul à chaque fois, mais qu'on peut repartir du résultat intermédiaire.

Challenge mathématique - manche 3

Problème 4 : Le clown

Pour se déguiser un clown dispose de :

- 3 chapeaux (un rouge, un jaune, un bleu)
- 2 vestes (une orange, une violette)
- 2 pantalons (un noir, un blanc)

Trouve le nombre de costumes différents pour ce clown.

Solution : Il y a 12 costumes différents.

Procédures possibles lors de la mise en commun :

chapeau	veste	pantalon
rouge	orange	noir
rouge	orange	blanc

chapeau	veste	pantalon
rouge	violette	noir
rouge	violette	blanc

chapeau	veste	pantalon
jaune	orange	noir
jaune	orange	blanc

chapeau	veste	pantalon
jaune	violette	noir
jaune	violette	blanc

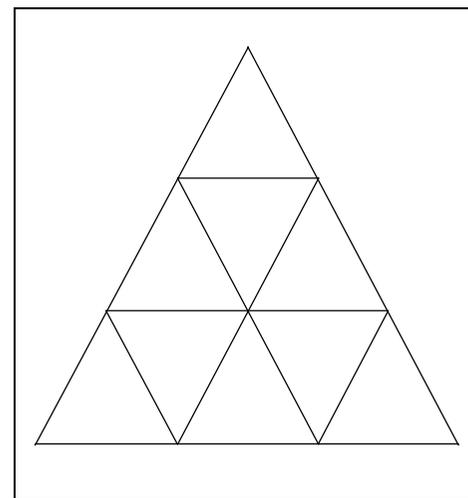
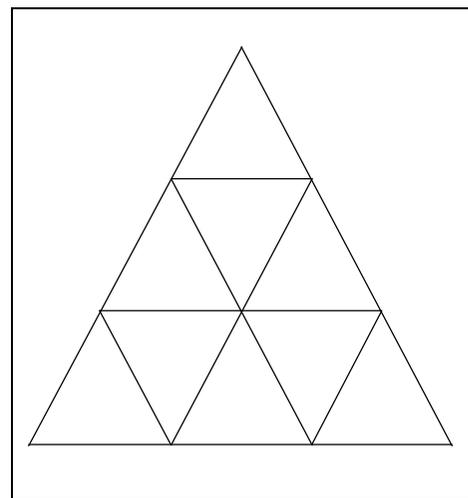
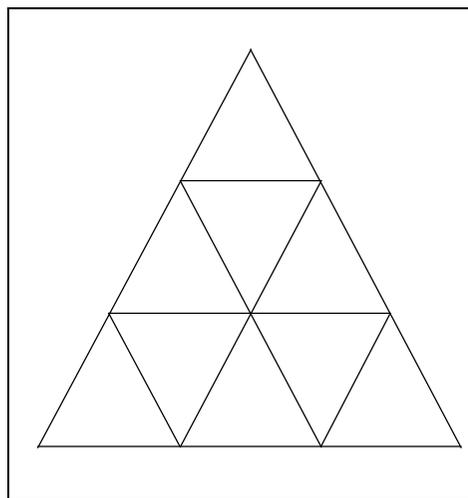
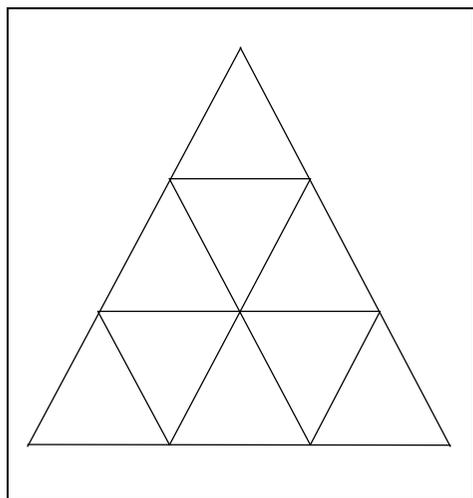
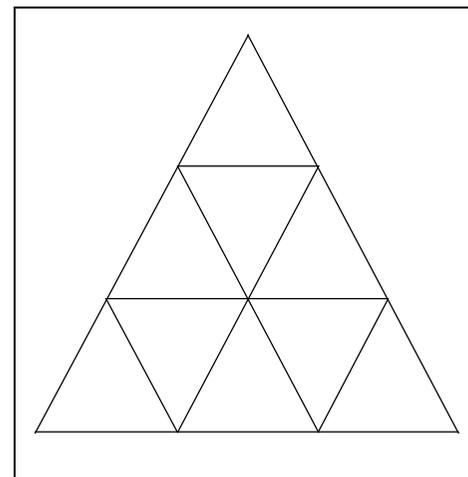
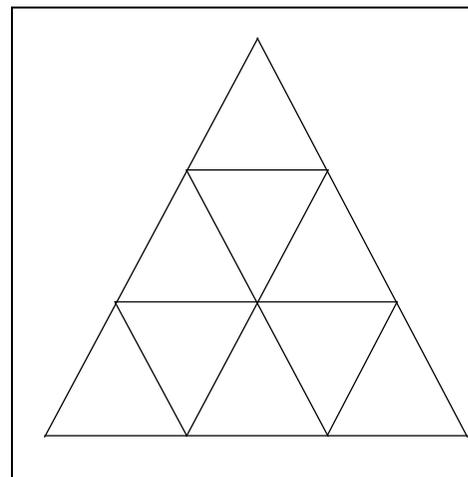
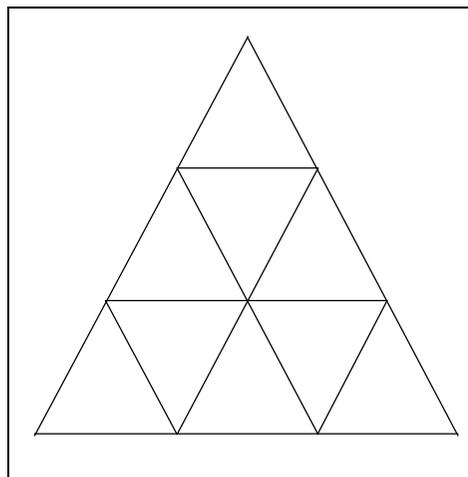
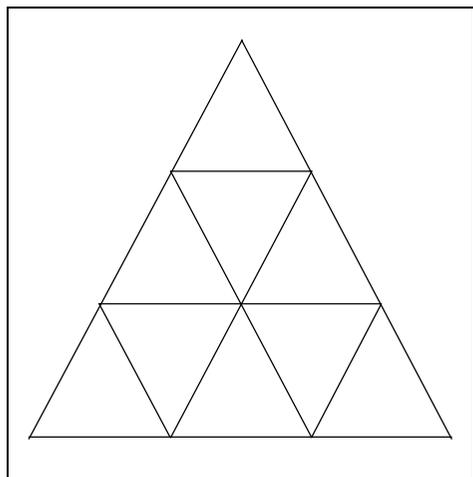
chapeau	veste	pantalon
bleu	orange	noir
bleu	orange	blanc

chapeau	veste	pantalon
bleu	violette	noir
bleu	violette	blanc

Pendant la phase d'institutionnalisation, il s'agit de dégager la nécessité de chercher tous les costumes avec le chapeau rouge, puis avec le chapeau jaune et enfin avec le chapeau bleu. Pour ce faire, lorsqu'on a choisi une couleur de chapeau, il faut chercher tous les costumes possibles avec une veste orange, puis tous ceux possibles avec une veste violette.

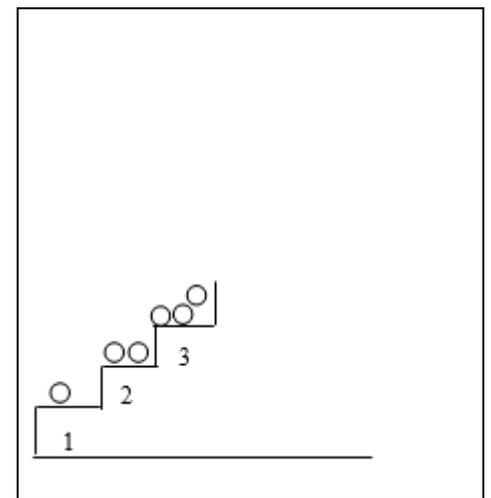
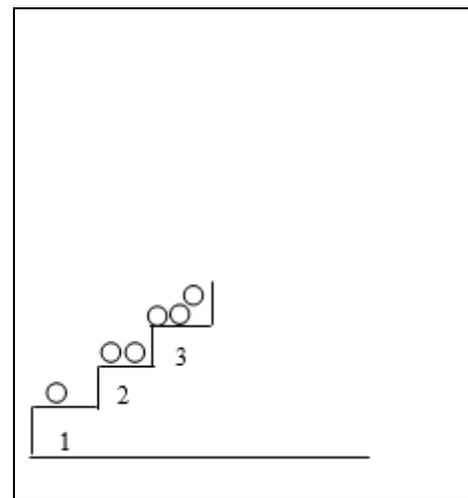
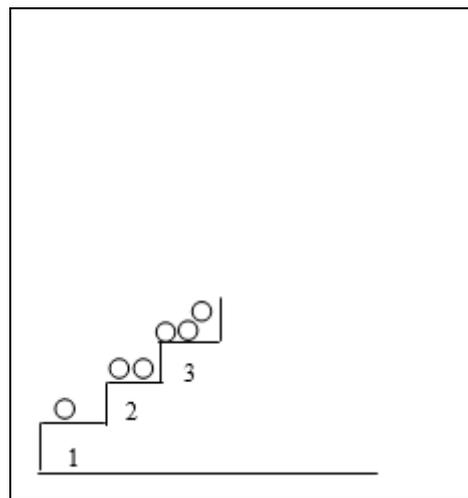
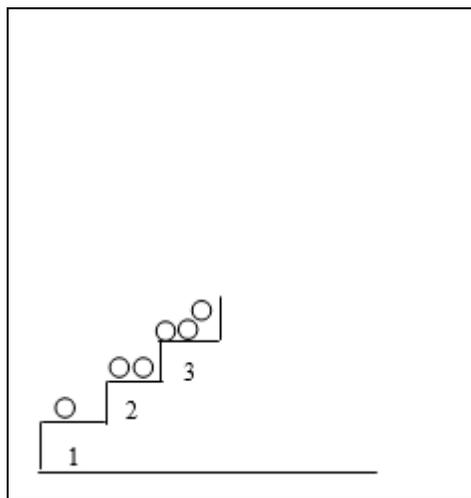
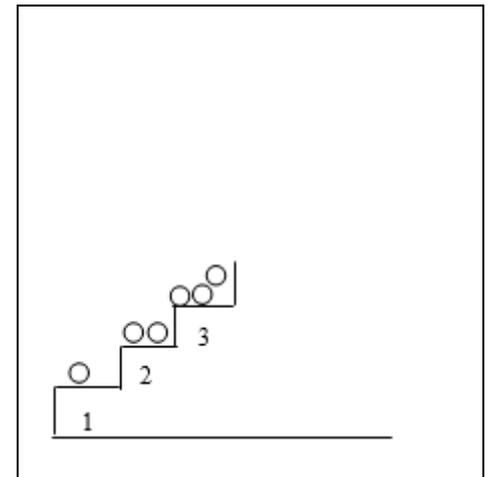
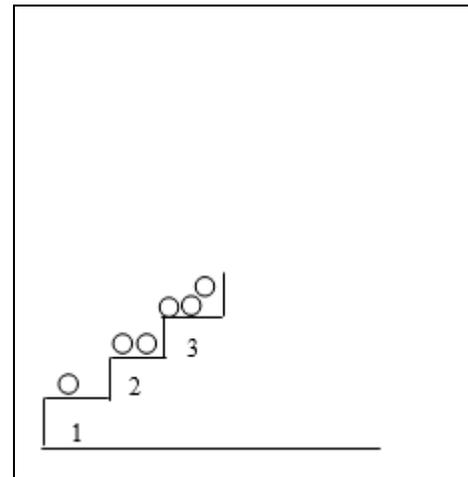
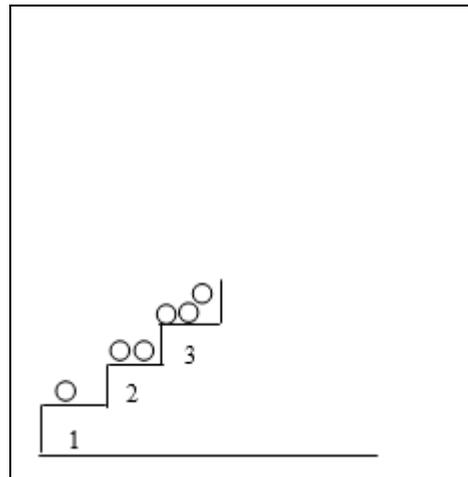
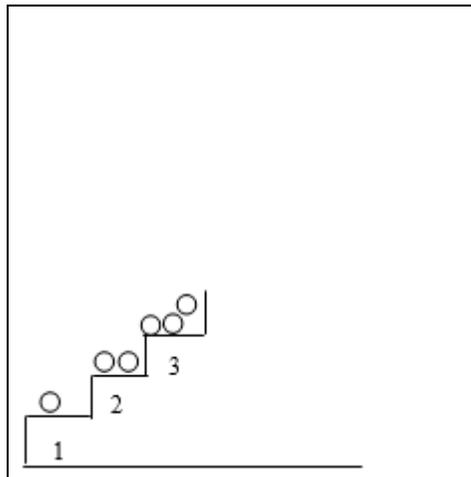
Challenge mathématique - manche 3

Annexe 1 : Des triangles à rechercher



Challenge mathématique - manche 3

Annexe 2 : Un escalier à compléter



Challenge mathématique - manche 3

Annexe 3 : Les vêtements du clown

